7/1 Terme

Die Firma „Teuer-Surf“ verlangt für den Internetzugang einen Euro monatliche Grundgebühr. Je Minute, die man im Internet eingewählt ist, werden zusätzlich 2 Cent berechnet.

Stelle einen Term $T(x)$ auf, der die monatlichen Gesamtkosten in Euro angibt, wenn man im Monat x Minuten lang im Internet war.

Stelle die Kostenentwicklung auch graphisch dar. Für das Diagramm soll die monatliche Surfdauer maximal 2 Stunden betragen.

7/2 Terme

$$T(x) = \frac{2x^2}{x-3} + \frac{3}{2}$$

Ergänze die folgende Wertetabelle:

x	-3	-2	-1	0	$+1$	$+1{,}5$
$T(x)$						

Zeichne den Graphen für $x \in [-3; 1{,}5]$.

7/3 Terme

In einer Klasse gibt es 5 Jungen mehr als Mädchen.

Stelle einen Term auf, der diesen Sachverhalt mathematisch beschreibt.

Verwende J für die Anzahl der Jungen und M für die Anzahl der Mädchen.

7/4 Gleichwertige Terme

Prüfe, ob die folgenden Terme äquivalent sind:

$$-7 \cdot (x-3) \text{ und } 21 - \tfrac{1}{2} \cdot 14 \cdot x$$

7/5 Produkte mit Potenzen

Fasse so weit wie möglich zusammen:

a) $x^3 \cdot x^8$
b) $2x^3 \cdot 4x^2y \cdot \frac{1}{8}xy^3$
c) $y^{10} : y^4$

7/6 Klammern auflösen

Fasse so weit wie möglich zusammen:

$$2x - (4x + 2y - 1) + (8 - 4x)$$

Nenne die Regeln zum Auflösen von Klammern.

7/7 Ausmultiplizieren

Vereinfache so weit wie möglich:

$$2 \cdot (x-5) - 8 \cdot (2x-3) - (x-1) \cdot 3$$

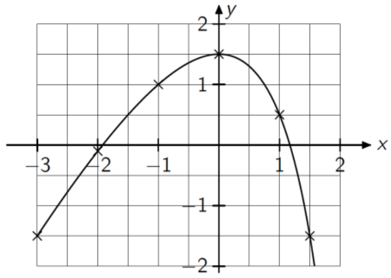
7/8 Ausmultiplizieren

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich:

$$(a-3) \cdot (a^2 + 2a) - (a^2 - 1) \cdot (4 - a)$$

Lösung 7/2:

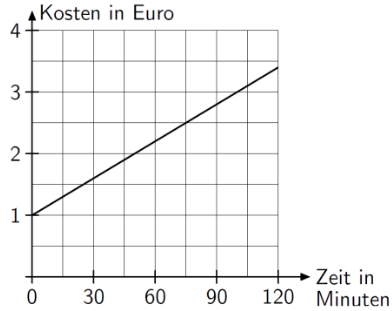
x	-3	-2	-1	0	$+1$	$+1{,}5$
$T(x)$	$-1{,}5$	$-0{,}1$	1	$1{,}5$	$0{,}5$	$-1{,}5$



Lösung 7/1:

$T(x) = 1{,}00 + 0{,}02 \cdot x$

für die Zeichnung: $T(0) = 1$; $T(120) = 3{,}4$



Lösung 7/4:

Die Terme sind äquivalent:

$$-7 \cdot (x-3) = -7x + 21 = 21 - 7x$$
$$= 21 - \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot x$$

Lösung 7/3:

$J = M + 5$

oder auch

$M = J - 5$

Lösung 7/6:

$2x - (4x + 2y - 1) + (8 - 4x) =$

$= 2x - 4x - 2y + 1 + 8 - 4x =$

$= -6x - 2y + 9$

Steht ein Pluszeichen vor der Klammer, so können die Klammern einfach weggelassen werden: $a + (b - c) = a + b - c$.
Steht ein Minuszeichen vor der Klammer, so ändert man die Vorzeichen in der Klammer und lässt die Klammern sowie das Minuszeichen vor der Klammer weg: $a - (b - c) = a - (+b - c) = a - b + c$

Lösung 7/5:

a) $x^3 \cdot x^8 = x^{3+8} = x^{11}$

b) $2x^3 \cdot 4x^2 y \cdot \frac{1}{8} x y^3 = 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{8} \cdot x^{3+2+1} \cdot y^{1+3} = x^6 \cdot y^4$

c) $y^{10} : y^4 = y^{10-4} = y^6$

Lösung 7/8:

$(a-3) \cdot (a^2 + 2a) - (a^2 - 1) \cdot (4 - a) =$

$= a^3 + 2a^2 - 3a^2 - 6a - (4a^2 - a^3 - 4 + a) =$

$= a^3 - a^2 - 6a - 4a^2 + a^3 + 4 - a =$

$= 2a^3 - 5a^2 - 7a + 4$

Lösung 7/7:

$2 \cdot (x-5) - 8 \cdot (2x-3) - (x-1) \cdot 3 =$

$= 2 \cdot x - 2 \cdot 5 - (8 \cdot 2x - 8 \cdot 3) - (x \cdot 3 - 1 \cdot 3) =$

$= 2x - 10 - (16x - 24) - (3x - 3) =$

$= 2x - 10 - 16x + 24 - 3x + 3 =$

$= -17x + 17$

7/9 Ausmultiplizieren

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich. Benutze dabei die binomischen Formeln:

$$4 - 3w \cdot (7w - 3) - (2w - 5)^2$$

7/10 Ausklammern

Verwandle in ein Produkt:

$$12x^2 - 4x + 8x^3y$$

7/11 Achsensymmetrie

Gegeben sind die drei Punkte $R(3|2), R'(2|-1)$ und $Q(-1|0{,}5)$.

a) Konstruiere die Symmetrieachse a zu R und R'.
b) Konstruiere dann den Spiegelpunkt Q', wenn Q an a gespiegelt wird.

7/12 Mittelsenkrechte/Winkelhalbierende

Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(-3|-1)$, $B(-1|-3)$ und $C(5|2)$.

a) Konstruiere die Mittelsenkrechte m_a zu $\overline{BC}$
b) Konstruiere die Winkelhalbierende w_β des Winkels β.

7/13 Punktsymmetrie

a) Beschreibe, wie man einen Punkt P an einem Punkt Z spiegelt.

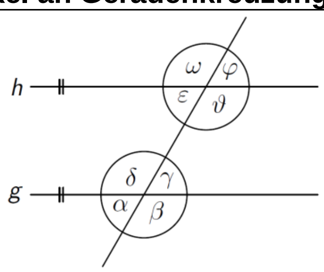
b) Wie findet man zu zwei punktsymmetrischen Punkten Q und Q' das Symmetriezentrum Z?

7/14 Symmetrische Vierecke

Welche symmetrischen Vierecke kennst du?

Zeichne sie mit allen Symmetrieachsen bzw. Symmetriepunkten.

7/15 Winkel an Geradenkreuzungen



Nenne die zu geeigneten Winkelpaaren gehörigen Fachausdrücke und gib ihre Beziehung zueinander an, wenn g und h zueinander parallel sind.

7/16 Winkelsumme

Wie groß ist die Winkelsumme im Dreieck und im Viereck?

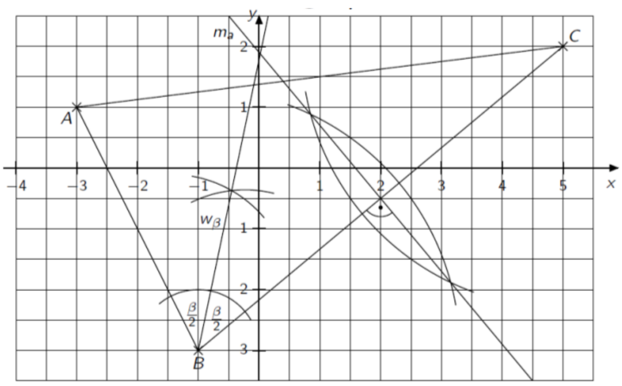
Lösung 7/10:

Jeder Summand enthält den Faktor $4x$. Also kann man $4x$ ausklammern:

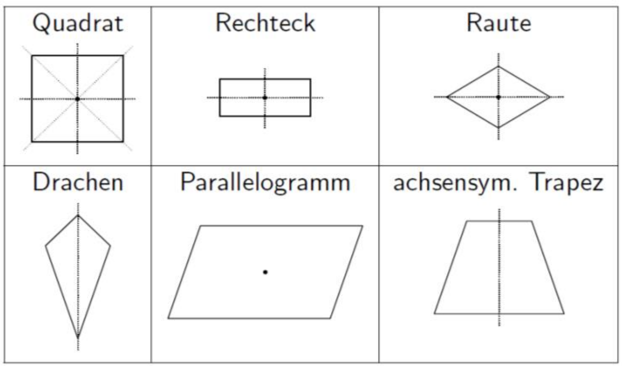
$$12x^2 - 4x + 8x^3y = 4x \cdot (3x - 1 + 2x^2y)$$

Kontrollmöglichkeit:
Ausmultiplizieren muss wieder den ursprünglichen Term geben.

Lösung 7/12:



Lösung 7/14:



Lösung 7/16:

Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180°.

Die Winkelsumme im Viereck beträgt 360°.

Lösung 7/9:

$$4 - 3w \cdot (7w - 3) - (2w - 5)^2 =$$

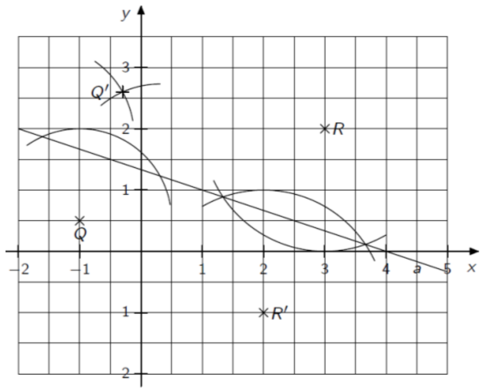
2. bin. Formel

$$= 4 - 21w^2 + 9w - [4w^2 - 20w + 25] =$$

$$= 4 - 21w^2 + 9w - 4w^2 + 20w - 25 =$$

$$= -25w^2 + 29w - 21$$

Lösung 7/11:



Lösung 7/13:

a) Man zeichnet die Halbgerade $[PZ$. Dann trägt man auf ihr von Z aus die Streckenlänge $|\overline{PZ}|$ ab. So entsteht auf der anderen Seite von Z der Spiegelpunkt P'.

b) Z ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{QQ'}$.

Lösung 7/15:

Scheitelwinkel sind gleich groß:
$\alpha = \gamma$; $\beta = \delta$; $\varepsilon = \varphi$; $\vartheta = \omega$

Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°:
$\alpha + \beta = 180°$; $\beta + \gamma = 180°$; $\gamma + \delta = 180°$; $\delta + \alpha = 180°$
$\varepsilon + \vartheta = 180°$; $\vartheta + \varphi = 180°$; $\varphi + \omega = 180°$; $\omega + \varepsilon = 180°$

Stufenwinkel sind hier gleich groß, da $g||h$:
$\alpha = \varepsilon$; $\beta = \vartheta$; $\gamma = \varphi$; $\delta = \omega$

Wechselwinkel sind hier gleich groß, da $g||h$:
$\alpha = \varphi$; $\beta = \omega$; $\gamma = \varepsilon$; $\delta = \vartheta$

7/17	**Gleichungen**

Beschreibe, wie man beim Lösen einer linearen Gleichung vorgeht.

7/18	**Gleichungen**

Löse die Gleichung und überprüfe dein Ergebnis durch Einsetzen:

$$2(3y+1)+6y\ =4(y+7)$$

7/19	**Gleichungen**

Stelle eine passende Gleichung auf und löse sie:

In der „Arizona-Bar“ hat Jim zu Beginn eines Kartenspiels $2{,}5$−mal so viel Geld wie Bill. Nachdem Jim $\$53$ an Bill verloren hat, besitzt dieser $\$16$ mehr als Jim.
Wie viel Geld hatte Jim am Anfang?

7/20	**Prozentrechnung**

Der Preis p eines Autos wird zunächst um 20% reduziert und anschließend wieder um 10% erhöht.
Stelle einen Term für den Endpreis auf. Um wie viel Prozent hat sich der Preis insgesamt verändert?

7/21	**Kenngrößen von Daten**

Bei der Schulaufgabe einer 7. Klasse ergab sich folgende Notenverteilung:

Note:	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Anzahl:	6	4	5	6	3	0

Bestimme die Spannweite, den Median, das Arithmetische Mittel, oberes und unteres Quartil und zeichne einen passenden Boxplot.

7/22	**Kongruenz**

Was bedeutet es, wenn zwei Figuren A und B zueinander kongruent sind? Wie lautet die dafür verwendete mathematische Schreibweise?

7/23	**Kongruenzsätze**

Nenne alle Kongruenzsätze für Dreiecke!

7/24	**Dreieckskonstruktionen**

Konstruiere ein Dreieck ABC mit $c=4{,}0cm, \alpha=75°, \gamma=60°$ und gib einen Konstruktionsplan inkl. Planfigur an.
Welcher Kongruenzsatz garantiert eine eindeutige Lösung?

Lösung 7/18:

$$2(3y+1)+6y=4(y+7) \quad |\text{ausmultiplizieren}$$
$$6y+2+6y=4y+28 \quad |\text{zusammenfassen}$$
$$12y+2=4y+28 \quad |-4y$$
$$8y+2=28 \quad |-2$$
$$8y=26 \quad |:8$$
$$y=\frac{26}{8}=3\frac{1}{4}=3{,}25$$

Einsetzen:
l.S.: $2\cdot(3\cdot 3{,}25+1)+6\cdot 3{,}25=21{,}5+19{,}5=41$
r.S.: $4\cdot(3{,}25+7)=4\cdot 10{,}25=41$

Lösung 7/17:

Zuerst beide Seiten der Gleichung so weit wie möglich zusammenfassen.
Dann Äquivalenzumformungen so durchführen, dass die gesuchte Variable alleine auf einer Seite steht.
Bei der Angabe der Lösungsmenge muss die Grundmenge beachtet werden.

Lösung 7/20:

ursprünglicher Preis:	p
nach Reduzierung:	$(100\%-20\%)\cdot p=0{,}8\cdot p$
nach Erhöhung:	$(100\%+10\%)\cdot(0{,}8p)=$ $=1{,}1\cdot 0{,}8p=0{,}88p$

Der Endpreis ist 88% des ursprünglichen Preises p.

Also wurde das Auto insgesamt um 12% billiger.

Lösung 7/19:

Wir rechnen zunächst ohne die Einheit $.
Geld, das Bill zu Beginn hat: x
Geld, das Jim zu Beginn hat: $2{,}5x$
Geld, das Jim danach hat: $2{,}5x-53$
Geld, das Bill danach hat: $x+53$

Bill, danach = Jim, danach$+16$
$$x+53=2{,}5x-53+16 \quad |-2{,}5x$$
$$-1{,}5x+53=-37 \quad |-53$$
$$-1{,}5x=-90 \quad |:(-1{,}5)$$
$$x=60 \Rightarrow \ Bill\ hatte\ anfangs\ \$60$$
Jim hatte also $2{,}5\cdot\$60=\$150$.

Lösung 7/22:

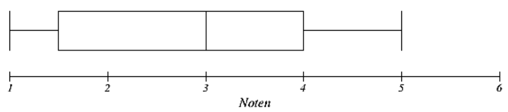
Die Beiden Figuren A und B sind deckungsgleich. Wenn man sie ausschneiden würde, könnte man sie also exakt übereinanderlegen.
Sie haben daher gleiche Gestalt und Größe.

Schreibweise: $A\cong B$

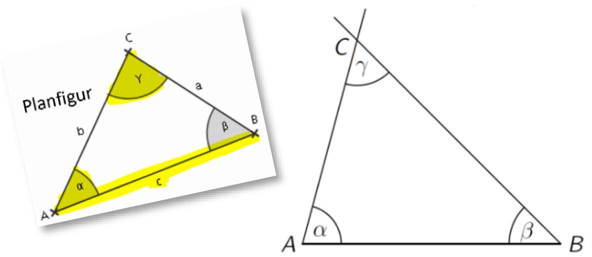
(lies: „A ist kongruent zu B“)

Lösung 7/21:

Geordneter Datensatz:
1;1;1;1;1;1;2;2;2;2;3;3;3;3;3;3;4;4;4;4;4;4;5;5;5
Spannweite: $5-1=4$
Median: $(3+3):2=3$
Arithmetische Mittel:
$(6\cdot1+4\cdot2+5\cdot3+6\cdot4+3\cdot5):24=2{,}83$
oberes Quartil: $(4+4):2=4$
unteres Quartil: $(1+2):2=1{,}5$
Boxplot:



Lösung 7/24:



1.) c antragen $\Rightarrow A,B$
2.) α in A an c antragen
3.) $\beta=180°-\alpha-\gamma=45°$ in B an c antragen
$\Rightarrow C$ (Schnittpunkt der beiden freien Schenkel)
Kongruenzsatz WSW

Lösung 7/23:

Zwei Dreiecke sind zueinander kongruent, wenn sie

- in allen drei Seiten (**SSS**) übereinstimmen.
- in einer Seite und zwei bezüglich dieser Seite gleichliegenden Winkeln (**WSW** oder **SWW**) übereinstimmen.
- in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel (**SWS**) übereinstimmen.

In zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite (**SsW**) übereinstimmen.

7/25	**Dreieckskonstruktionen**

Konstruiere ein Dreieck ABC mit $a = 3{,}5cm, c = 2{,}7cm, \alpha = 50°$ und gib einen Konstruktionsplan inkl. Planfigur an. Welcher Kongruenzsatz garantiert eine eindeutige Lösung?

7/26	**Dreieckskonstruktionen**

Konstruiere ein Dreieck ABC mit $c = 5{,}0cm,\ \alpha = 50°,\ w_\alpha = 3{,}3cm$ und gib einen Konstruktionsplan inkl. Planfigur an.

7/27	**Gleichschenkliges Dreieck**

Welche besonderen Eigenschaften hat ein gleichschenkliges Dreieck?

Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $4cm$.

7/28	**Rechtwinkliges Dreieck**

Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $\overline{AB} = 5{,}2cm$ und der Kathete $\overline{BC} = 3{,}1cm$.

Gib auch einen Konstruktionsplan inkl. Planfigur an.

7/29	**Tangenten**

Konstruiere die Tangenten von $A(4{,}5|-1{,}5)$ aus an den Kreis $k(M;r)$ mit $M(0|0)$ und $r = 2{,}0cm$.

7/30	**Umkreis und Inkreis**

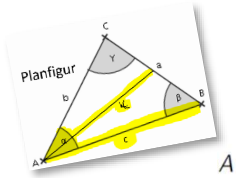
Der Schnittpunkt aller Mittelsenkrechten in einem Dreieck hat eine bestimmte Bedeutung. Welche?

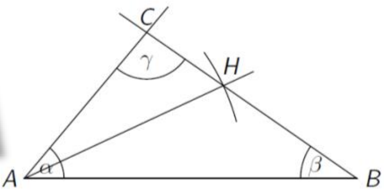
7/31	**Umkreis und Inkreis**

Beschreibe, wie man den Inkreis eines Dreiecks bestimmen kann.

7/32	

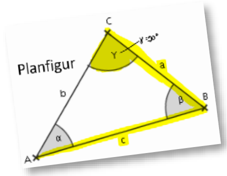
Lösung 7/26:

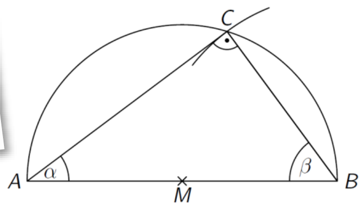




1.) c antragen$\Rightarrow A, B$
2.) $\frac{1}{2}\alpha$ in A an c antragen
3.) $k(A; w_\alpha)$
$\Rightarrow H$
4.) α in A an c antragen
5.) $[BH$ zeichnen
$\Rightarrow C$

Lösung 7/28:



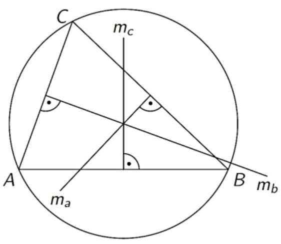


1.) c antragen $\Rightarrow A, B$
2.) M ist der Mittelpunkt von $\overline{AB}$
3.) Thaleskreis: $k\left(M; \frac{1}{2}c\right)$
4.) $k(B; |\overline{BC}|)$

$\Rightarrow C$

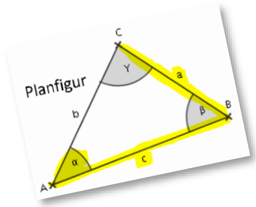
Lösung 7/30:

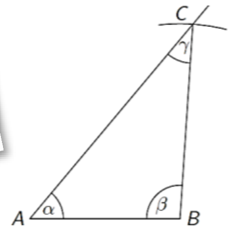
Der Schnittpunkt aller Mittelsenkrechten in einem Dreieck ist der **Umkreismittelpunkt** des Dreiecks. Er ist von allen Eckpunkten gleich weit entfernt.



Lösung 7/32:

Lösung 7/25:



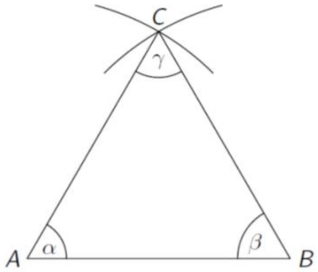


1.) c antragen $\Rightarrow A, B$
2.) α in A an c antragen
3.) $k(B; a)$
$\Rightarrow C$ (Schnittpunkt von Kreis und freien Schenkel)

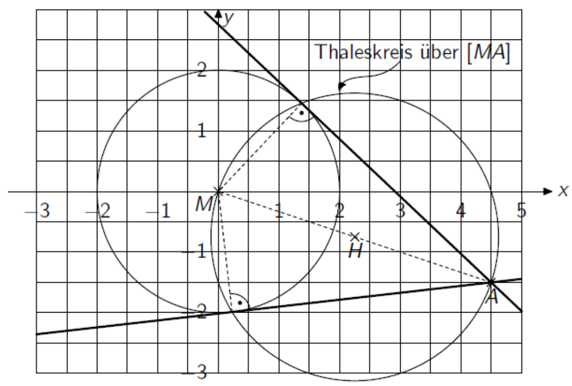
Kongruenzsatz SsW

Lösung 7/27:

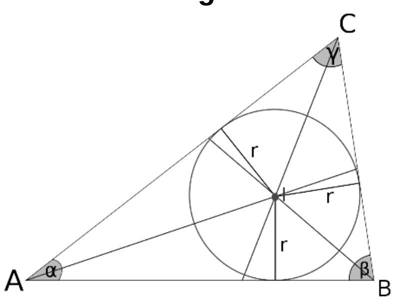
Ein gleichschenkliges Dreieck ist achsensymmetrisch bezüglich der Mittelsenkrechten der Basis und die beiden Basiswinkel sind gleich groß.



Lösung 7/29:



Lösung 7/31:



Bildet man die Winkelhalbierenden eines Dreiecks, so schneiden sich diese in einem Punkt I. Dies ist der Mittelpunkt des Inkreises. Der Abstand von I zu einer der Dreiecksseiten bildet den Radius.