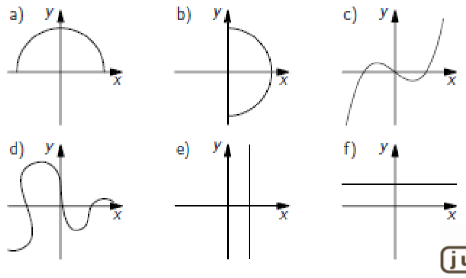
8/1 Zuordnung und Funktion

Welche Eigenschaft muss eine Zuordnung $x \mapsto y$ haben, damit man sie als Funktion bezeichnet?
Welche der abgebildeten Graphen gehören zu Funktionen?



8/2 Definitionsmenge

Was versteht man unter der maximalen Definitionsmenge einer Funktion?

Bestimme die maximale Definitionsmenge für die folgenden Funktionen:

a) $f : x \mapsto \dfrac{1}{x+7}$

b) $g : x \mapsto x - 2$

$h : x \mapsto \dfrac{x}{5x - 7}$

8/3 Funktionen: Term und Graph

Die Graphen der Funktionen f und g sind abgebildet. Lies jeweils aus den Graphen ab!

a) $f(-1)$

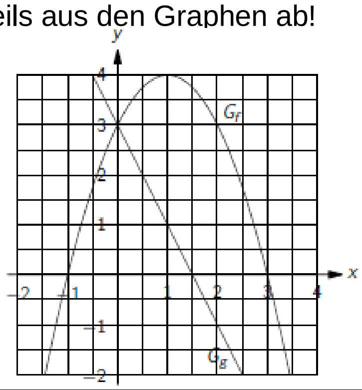
b) $g(2)$

Für welche x-Werte ist

c) $f(x) = 3$?

d) $g(x) \leq 0$?

e) $f(x) > 0$?



8/4 Schnittpunkt mit der y-Achse

Bestimme rechnerisch die Graphen-Schnittpunkte mit der y-Achse der folgenden Funktionen:

a) $f: x \mapsto -4x^2 + 2; D_f = \mathbb{Q}$

b) $f: x \mapsto \frac{25-x^2}{25+x^2}; D_f = \mathbb{Q}$

8/5 Nullstellen

Was versteht man unter den Nullstellen einer Funktion $f : x \mapsto f(x)$ und wie berechnet man sie?

Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen:

a) $f : x \mapsto \dfrac{2x-5}{x+1}; D_f = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$

b) $f : x \mapsto \dfrac{25 - x^2}{25 + x^2}; D_f = \mathbb{Q}$

8/6 Lineare Funktion

Jede Funktionsgleichung der Form $y = m \cdot x + t$ beschreibt eine lineare Funktion. Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade.

Erläutere die anschauliche Bedeutung von m und t.
Wie verändert sich der Graph, wenn man m verändert?

8/7 Graph einer linearen Funktion

Der Graph der Funktion $f : x \mapsto 2x - 1$ mit $D_f = \mathbb{Q}$ soll gezeichnet werden.

Erläutere eine Möglichkeit, wie man den Graphen zeichnen kann.

8/8 Gerade durch zwei Punkte

Eine Gerade verläuft durch die beiden Punkte $A(2 \mid -3)$ und $B(1 \mid -5)$.

Ermittle rechnerisch die Geradengleichung.

Lösung 8/2:

Die maximale Definitionsmenge einer Funktion $f: x \mapsto f(x)$ ist die Menge aller Zahlen, die man für x einsetzen darf, ohne Rechengesetze zu verletzen. Man muss also darauf achten, dass der Nenner nicht Null wird!

a) $x+7=0 \Rightarrow x=-7 \Rightarrow D_f = \mathbb{Q} \setminus \{-7\}$

b) Da g(x) keinen Nenner hat, gilt: $D_g = \mathbb{Q}$

c) $5x-7=0 \Rightarrow x=\frac{7}{5}=1{,}4 \Rightarrow D_h = \mathbb{Q} \setminus \{1{,}4\}$

Lösung 8/1:

Jedem x-Wert wird genau ein y-Wert zugeordnet.

Dies ist bei a), c) und f) der Fall und darum handelt es sich dort um Graphen von Funktionen.

Lösung 8/4:

Setzt man jeweils für $x = 0$ im Funtkionsterm ein so ergibt sich:

a) $f(0) = -4 \cdot 0^2 + 2 = 2 \quad => \quad SP(0|2)$

b) $f(0) = \frac{25-0^2}{25+0^2} = \frac{25}{25} = 1 \quad => \quad SP(0|1)$

Lösung 8/3:

a) $f(-1) = 0$

b) $g(2) = -1$

c) x = 0 und x = 2

d) $x \geq 1{,}5$ bzw. $x \in [1{,}5; +\infty[$

$-1 < x < 3$ bzw. $x \in]-1; 3[$

Lösung 8/6:

m ist die **Steigung** der Geraden.
Ist m > 0, so steigt die Gerade von links unten nach rechts oben an.
Ist m < 0, so fällt die Gerade von links oben nach rechts unten ab.
Ist m = 0, so ist die Gerade parallel zur x-Achse.
Je größer der Betrag von m ist, desto steiler verläuft die Gerade.

t ist der y-Achsenabschnitt und gibt an, wo die Gerade die y-Achse schneidet, nämlich im Punkt (0|t).

Lösung 8/5:

Unter einer Nullstelle von f versteht man die x-Koordinate des Schnittpunkts des Graphen von f mit der x-Achse. Man muss also die Gleichung f(x) = 0 nach x auflösen. Da ein Bruch nur dann Null ist, wenn der Zähler Null ist, reicht bei Funktionen mit Brüchen der Ansatz „Zähler = 0".

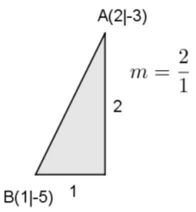
e) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x-5=0 \Leftrightarrow 2x=5 \Leftrightarrow x=2{,}5$

Nullstelle von f: x = 2,5

f) $g(x) = 0 \Leftrightarrow 25-x^2=0 \Leftrightarrow 25=x^2 \Leftrightarrow x=\pm 5$

g) Nullstellen von g: $x=5$ und $x=-5$

Lösung 8/8:



Die Steigung m erhält man über die Formel $m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-3-(-5)}{2-1} = 2$ oder durch Überlegung an einer Skizze (siehe Abbildung).

Es gilt also: $y = 2 \cdot x + t$. Man erhält t, indem man die Koordinaten eines der Punkte (A oder B) in diese Gleichung einsetzt.

Hier setzen wir B ein: $-5 = 2 \cdot 1 + t \Rightarrow t = -7$.

Somit lautet die Geradengleichung: $y = 2x - 7$.

Lösung 8/7:

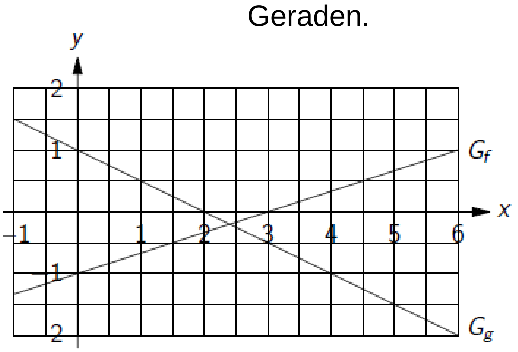
Es bieten sich die folgenden drei Möglichkeiten an:

- Vom Punkt $(0 \mid -1)$ [wegen $t=-1$] wird ein Steigungsdreieck angetragen. Wegen $m = 2 = \frac{2}{1}$ geht man 1 nach rechts und 2 nach oben. Man gelangt zum Punkt (1|1).
- Man berechnet die Koordinaten zweier beliebiger Punkte, die auf der Geraden liegen. Dazu wählt man zwei x-Werte und berechnet aus $y = f(x) = 2x-1$ die zugehörigen y-Werte.
- Man berechnet die Schnittpunkte mit der x-Achse [Ansatz: f(x) = 0] und mit der y-Achse [Ansatz: f(0) = …].

Die Gerade verläuft jeweils durch die beiden genannten Punkte.

8/9	**Gleichsetzungsverfahren**

Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden.



8/10	**Ungleichung**

Bestimme rechnerisch die Lösungsmenge der linearen Ungleichung

$$4x - 3(x + 2) \geq 2(x - 1) + x$$

über der Grundmenge $G = \mathbb{Q}$.

8/11	**Direkte Proportionalität**

Wie erkennt man, dass die Größen x und y zueinander direkt bzw. indirekt (= umgekehrt) proportional sind?

Nenne alle Merkmale!

8/12	**Asymptoten**

Betrachtet wird die Funktion

$$f: x \mapsto \frac{1}{x-2}$$

mit der maximalen Definitionsmenge D_f.

a) Gib D_f an.
b) Zeichne G_f.
c) Gib die Gleichungen der Asymptoten an.

8/13	**Achsenschnittpunkte von Hyperbeln**

Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen von

$$g: x \mapsto \frac{6}{x+2} - 4$$

Mit den beiden Koordinatenachsen.

8/14	**Bruchterme vereinfachen I**

Vereinfache so weit wie möglich:

a) $\frac{24p^3q}{8p^2q^3}$

b) $\frac{5u^2 - u}{5u - 1}$

c) $\frac{4x^2 - 2xy}{y - 2x}$

8/15	**Bruchterme vereinfachen II**

Fasse zusammen und vereinfache so weit wie möglich.

a) $\frac{4}{x-1} - \frac{3}{x}$

b) $\frac{3}{x-1} \cdot \frac{2x-2}{7x}$

c) $\left(\frac{r}{r+s} - \frac{s}{r-s}\right) : \frac{r^2 - 2rs - s^2}{r^2 - s^2}$.

8/16	**Negative Exponenten I**

Schreibe ohne Bruchstrich unter Verwendung negativer Exponenten.

a) $\frac{1}{5^4}$ b) $\frac{5}{2^7}$ c) $\frac{1}{x}$

d) $\frac{b}{a-1}$ e) $\frac{a^5 \cdot b^2}{a^2 \cdot b^3}$

Lösung 8/10:

$$4x-3(x+2)\geq 2(x-1)+x$$
$$4x-3x-6\geq 2x-2+x$$
$$x-6\geq 3x-2 \qquad |-3x$$
$$-2x-6\geq -2 \qquad |+6$$
$$-2x\geq 4 \qquad |:(-2)\ [!!!]$$
$$x\leq -2 \qquad (\geq \text{ umgedreht zu } \leq)$$
$$L=]-\infty;-2]$$

Lösung 8/9:

Aus dem Diagramm liest man ab:

$$f(x)=\tfrac{1}{3}x-1$$
$$g(x)=-\tfrac{1}{2}x+1$$

Nun setzt man f(x) und g(x) gleich:

$$\tfrac{1}{3}x-1=-\tfrac{1}{2}x+1$$
$$\tfrac{5}{6}x=2$$
$$x=2{,}4$$

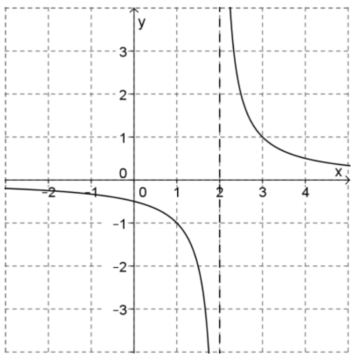
Wahlweise f(2,4) oder g(2,4) berechnen liefert: $y=-0{,}2$.

Der Schnittpunkt ist also $S(2{,}4\,|\,-0{,}2)$.

Lösung 8/12:

a) Der Nenner darf nicht Null werden, also:
$D_f=\mathbb{Q}\setminus\{2\}$

b)

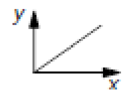


c) senkrechte Asymptote: x = 2
waagrechte Asymptote: y = 0

Lösung 8/12:

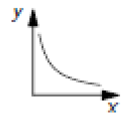
direkte Proportionalität

- Verdoppelt, verdreifacht, … man die eine Größe (z.B. x), so verdoppelt, verdreifacht, … sich die andere Größe (hier y).
- **Quotientengleichheit**: Für jedes Zahlenpaar (x|y) ist der Quotient $\frac{y}{x}$ gleich groß.
- Der Wert dieses Quotienten heißt **Proportionalitätsfaktor** k und es gilt: $y=k\cdot x$.
- Alle Punkte (x|y) liegen auf einer **Ursprungsgeraden**.



indirekte Proportionalität

- Verdoppelt, verdreifacht, … man die eine Größe (z.B. x), so halbiert, drittelt, … sich die andere Größe (hier y).
- **Produktgleichheit**: Für jedes Zahlenpaar (x|y) ist das Produkt $x\cdot y$ gleich groß.
- Nennt man den Wert dieses Produktes p, so gilt: $y=\frac{p}{x}$.
- Alle Punkte (x|y) liegen auf einer **Hyperbel**.



Lösung 8/14:

a) $\dfrac{24p^3q}{8p^2q^3}=\dfrac{8p^2q\cdot 3p}{8p^2q\cdot q^2}=\dfrac{3p}{q^2}$

b) $\dfrac{5u^2-u}{5u-1}=\dfrac{u\cdot(5u-1)}{5u-1}=u$

c) $\dfrac{4x^2-2xy}{y-2x}=\dfrac{2x\cdot(2x-y)}{-1\cdot(2x-y)}=-2x$

Lösung 8/13:

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$g(0)=\frac{6}{0+2}-4=-1 \quad => \quad SP_y(0|-1)$$

Schnittpunkt mit der x-Achse:

$$\frac{6}{x+2}-4=0 \text{ damit } \frac{6}{x+2}=4$$

Überkreuzmultiplizierten führt zu: $\frac{3}{2}=x+2$

$$=> \quad x=-0{,}5 \quad => \quad SP_x(-0{,}5|0)$$

Lösung 8/16:

a) $\dfrac{1}{5^4}=5^{-4}$

b) $\dfrac{5}{2^7}=5\cdot 2^{-7}$

c) $\dfrac{1}{x}=x^{-1}$

d) $\dfrac{b}{a-1}=b\cdot(a-1)^{-1}$

e) $\dfrac{a^5\cdot b^2}{a^2\cdot b^3}=a^5\cdot b^2\cdot a^{-2}\cdot b^{-3}=$
$=a^{5-2}\cdot b^{2-3}=a^3b^{-1}$

Lösung 8/15:

a) $\dfrac{4}{x-1}-\dfrac{3}{x}=\dfrac{4x}{x(x-1)}-\dfrac{3(x-1)}{x(x-1)}=\dfrac{4x-3(x-1)}{x(x-1)}=$
$\dfrac{4x-3x+3}{x(x-1)}=\dfrac{x+3}{x(x-1)}=\dfrac{x+3}{x^2-x}$

b) $\dfrac{3}{x-1}\cdot\dfrac{2x-2}{7x}=\dfrac{3\cdot 2\cdot(x-1)}{(x-1)\cdot 7x}=\dfrac{6}{7x}$

c) $\ldots=\dfrac{r(r-s)-s(r+s)}{(r+s)\cdot(r-s)}\cdot\dfrac{r^2-s^2}{r^2-2rs-s^2}=$
$\dfrac{r^2-rs-rs-s^2}{r^2-rs+rs-s^2}\cdot\dfrac{r^2-s^2}{r^2-2rs-s^2}=\dfrac{r^2-2rs-s^2}{r^2-s^2}\cdot\dfrac{r^2-s^2}{r^2-2rs-s^2}=1$

8/17 Negative Exponenten II

a) Berechne: $2^{-1} - 3^{-2}$

b) Berechne: $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

c) Fasse auf einen Bruchstrich zusammen:
$-x^{-2} + 1$

8/18 Bruchgleichung I

Beschreibe, wie man bei der rechnerischen Lösung von Bruchgleichungen vorgeht.

8/19 Bruchgleichung II

Bestimme die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Bruchgleichung

$$\frac{15}{x-2} - \frac{70}{x^2 - 2x} = \frac{11}{x}$$

über der Grundmenge $G = \mathbb{Q}$.

8/20 Bruchgleichung III

Für die Bruchgleichung

$$\frac{3x+2}{3x-1} = \frac{6x}{6x-1} \text{ ; } G = \mathbb{Q}$$

gibt es eine besondere Lösungsmethode.

a) Wie heißt diese Lösungsmethode und bei welcher Art von Bruchgleichungen ist sie anwendbar?

b) Bestimme die Lösungsmenge dieser Bruchgleichungen mit der in a) angesprochenen Methode.

8/21 Ergebnismenge

Es werden zwei Münzen geworfen. Man interessiert sich dafür, ob Kopf oder Zahl geworfen wurde.

Gib eine geeignete Ergebnismenge Ω und $|\Omega|$ an, wenn die Münzen

a) hintereinander auftreffen

b) nicht unterscheidbar sind.

8/22 Laplace-Experiment

a) Was versteht man unter einem Laplace-Experiment?

b) Wie kann man P(A) bei einem Laplace-Experiment berechnen?

c) In einer Urne sind 3 grüne und 2 blaue Kugeln. Man zieht nun eine Kugel und achtet auf die Farbe.
Warum liegt hier kein Laplace-Experiment vor?

8/23 Wahrscheinlichkeiten

Aus dem Wort NEUSAESS wird zufällig ein Buchstabe gewählt.

a) Bestimme P(A) mit A = „Buchstabe ist N“

b) Bestimmt P(B) mit B = „Buchstabe ist ein Vokal“

c) $P(C) = \frac{1}{4}$ mit C = „Buchstabe ist …..“. Wie könnte man die Lücke füllen?

8/24 Ereignisse

Eine Urne enthält 10 Kugeln mit den Zahlen 0 bis 9. Eine Kugel wird zufällig gezogen und man interessiert sich für die gezogene Zahl. Gib jedes Ereignis und das zugehörige Gegenereignis in aufzählender Schreibweise an. Beschreibe die jeweiligen Gegenereignisse auch in Worten.

a) A: „Zahl ist eine Primzahl“

b) B: „Zahl ist eine Quadratzahl“

c) C: „Zahl ist größer als 7“

Lösung 8/18:

a) Zunächst bestimmt man den Hauptnenner (HN) und die Definitionsmenge D. D erhält man, indem man alle Zahlen aus der Grundmenge G ausschließt, für die einer der Nenner Null werden würde.

b) Danach erweitert man alle Einzelterme auf den Hauptnenner. Multipliziert man nun die ganze Gleichung mit dem Hauptnenner, so entsteht eine bruchfreie Gleichung, die man auf die bekannte Art und Weise löst.

c) Beim Aufstellen der Lösungsmenge muss man noch darauf achten, ob das berechnete Ergebnis auch in der Definitionsmenge enthalten ist.

Lösung 8/17:

a) $2^{-1}-3^{-2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3^2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{9}=\frac{9}{18}-\frac{2}{18}=\frac{7}{18}$

b) $1+\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=1+\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=1+\frac{1}{\frac{1}{8}}=1+8=9$

c) $-x^{-2}+1=-\frac{1}{x^2}+1=\frac{-1}{x^2}+\frac{x^2}{x^2}=\frac{-1+x^2}{x^2}$

Lösung 8/20:

a) Die Lösungsmethode heißt „kreuzweise multiplizieren“ und ist nur dann anwendbar, wenn auf beiden Seiten nur **ein** Bruchterm steht (keine Summe oder Differenz aus Bruchtermen).

b) $\frac{3x+2}{3x-1}=\frac{6x}{6x-1}$; $D=\mathbb{Q}\setminus\{\frac{1}{3};\frac{1}{6}\}$

$$(3x+2)\cdot(6x-1)=6x\cdot(3x-1)$$
$$18x^2-3x+12x-2=18x^2-6x$$
$$9x-2=-6x$$
$$15x=2$$
$$x=\tfrac{2}{15}\in D\quad\Rightarrow\quad L=\{\tfrac{2}{15}\}$$

Lösung 8/19:

$HN=x(x-2)=x^2-2x$; $D=\mathbb{Q}\setminus\{0;2\}$

$$\frac{15}{x-2}-\frac{70}{x^2-2x}=\frac{11}{x}$$
$$\frac{15x}{x(x-2)}-\frac{70}{x^2-2x}=\frac{11(x-2)}{x(x-2)}\quad\Big|\cdot HN$$
$$15x-70=11(x-2)$$
$$15x-70=11x-22\quad\Big|-11x$$
$$4x-70=-22\quad\Big|+70$$
$$4x=48\quad\Big|:4\quad;\quad x=12\in D\ \Rightarrow\ L=\{12\}$$

Lösung 8/22:

a) Ein Laplace-Experiment ist ein Zufallsexperiment, bei dem alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind.

b) $P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{\text{Anzahl der für A günstigen Fälle}}{\text{Anzahl aller möglichen Fälle}}$

c) Die beiden Ergebnisse „grün“ und „blau“ sind nicht gleich wahrscheinlich, denn es gilt: $P(\text{grün})=\frac{3}{5}$ und $P(\text{blau})=\frac{2}{5}$.

d) Für ein Laplace-Experiment müssten sich gleich viele grüne und blaue Kugeln in der Urne befinden.

Lösung 8/21:

Mit den Abkürzungen K (für „Kopf geworfen“) bzw. Z (für „Zahl geworfen“) ergibt sich:

a) $\Omega=\{(K,K);(K,Z);(Z,K);(Z,Z)\}$; $|\Omega|=4$

b) $\Omega=\{\{K,K\};\{K,Z\};\{Z,Z\}\}$; $|\Omega|=3$

Die runden Klammern zeigen an, dass die Reihenfolge wichtig ist. Die geschweiften Klammern sind Mengenklammern und {K,Z} steht für „einmal Kopf“ (egal ob bei der einen oder der anderen Münze).y = 0

Lösung 8/24:

- $A=\{2;3;5;7\}$; $\overline{A}=\{0;1;4;6;8;9\}$

  $\overline{A}$: „Zahl ist keine Primzahl“
- $B=\{0;1;4;9\}$; $\overline{B}=\{2;3;5;6;7;8\}$

  $\overline{B}$: „Zahl ist keine Quadratzahl“
- $C=\{8;9\}$; $\overline{C}=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$

  $\overline{C}$: „Zahl ist kleiner als 8“ oder
- $\overline{C}$: „Zahl ist kleiner gleich 7“

Lösung 8/23:

a) $P(A)=\frac{1}{8}$

b) $P(B)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

c) E

8/25 | **Zählprinzip**

Jemand würfelt dreimal hintereinander mit einem Laplace-Würfel. Er schreibt die geworfenen Augenzahlen in der gewürfelten Reihenfolge nebeneinander so dass eine dreistellige Zahl z entsteht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit

a) ist die Hunderterstelle größer als 4?
b) enthält die geworfene Zahl genau eine 5?
c) ist die Zahl größer als 426?

8/26 | **Einsetzungsverfahren**

Bestimme die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} &(I) \quad 9x + 4y = 55 \\ &(II) \quad -5x + y = -37 \end{aligned}$$

mit dem Einsetzungsverfahren.

Was bedeutet das Ergebnis graphisch?

8/27 | **Gleichungssystem aufstellen**

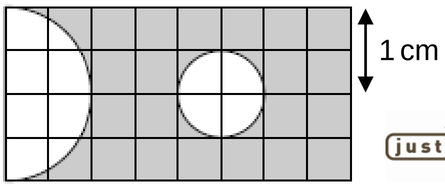
Ermittle die Lösung zu folgender Frage mit Hilfe eines Gleichungssystems:

Vor 3 Jahren war der Vater 4mal so alt wie seine Tochter heute ist. In 19 Jahren ist der Vater gerade doppelt so alt wie seine Tochter dann ist. Wie alt sind beide heute?

8/28 | **Kreisumfang / Kreisfläche**

Gib die Formeln für die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt eines Kreises mit Radius r an.

d) Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der grau gekennzeichneten Figur



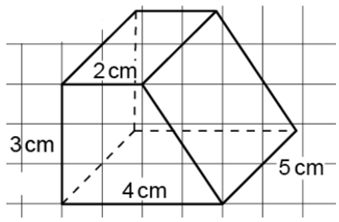
9/29 | **Zylinder**

a) Gib eine Formel zur Berechnung der Zylinder-Oberfläche an.

b) Berechne den Radius eines geraden Kreiszylinders, der 2,8m hoch ist und ein Volumen von 220m³ besitzt.

8/30 | **Gleichungssystem aufstellen**

Berechne das Volumen des abgebildeten Prismas:



Lösung 8/26:

Aus (II) ergibt sich: $y = 5x - 37$. Das setzt man in (I) ein:

$$9x + 4y = 55$$
$$9x + 4 \cdot (5x - 37) = 55$$
$$9x + 20x - 148 = 55 \qquad | + 148$$
$$29x = 203 \qquad | : 29$$
$$x = 7$$

Jetzt setzt man $x = 7$ in $y = 5x - 37$ ein und erhält:

$$y = 5 \cdot 7 - 37 = -2$$
$$L = \{(7 | -2)\}$$

$(7 | -2)$ ist der Schnittpunkt der Geraden, die zu (I) und (II) gehören.

Lösung 8/25:

Man kann $6 \cdot 6 \cdot 6$ verschiedene Zahlen würfeln.

a) $P(A) = \frac{2 \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{3}$

b) P(B) = P(„5 nur auf H") + P(„5 nur auf Z") + P(„5 nur auf E") =

$$\frac{1 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6} + \frac{5 \cdot 1 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6} + \frac{5 \cdot 5 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{75}{216} \approx 35\%$$

c) $P(C) = P(426 < z < 500) + P(z \geq 500) =$

$$\frac{1 \cdot 4 \cdot 6}{6 \cdot 6 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{96}{216} = \frac{4}{9}$$

Lösung 8/28:

Allgemein gilt für einen Kreis mit Radius r:

Umfang: $U = 2\pi r$; Flächeninhalt: $A = r^2 \pi$

Für die konkrete Flächenberechnung verwenden wir $r_1 = 1\,cm$ und $r_2 = 0{,}5\,cm$:

- $A = 4\,cm \cdot 2\,cm - \frac{1}{2} r_1^2 \pi - r_2^2 \pi =$

  $8\,cm^2 - \frac{1}{2} \cdot 1\,cm^2 \pi - 0{,}25\,cm^2 \pi \approx 5{,}64\,cm^2$
- $U = 2 \cdot 4\,cm + 2\,cm + 2 \cdot \pi \cdot r_2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_1 =$

$10\,cm + \pi\,cm + \pi\,cm \approx 16{,}28\,cm$

Lösung 8/27:

x: Alter des Vaters heute

y: Alter der Tochter heute

(I) $x - 3 = 4y$

(II) $x + 19 = 2 \cdot (y + 19)$

Aus (I) ergibt sich $x = 4y + 3$. Nun wird in (II) eingesetzt:

$$x + 19 = 2 \cdot (y + 19)$$
$$4y + 3 + 19 = 2y + 38 \qquad | -2y$$
$$2y + 22 = 38 \qquad | -22$$
$$2y = 16 \qquad | : 2$$
$$y = 8$$

Jetzt setzt man y = 8 in $x = 4y + 3$ ein und erhält x = 35. Der Vater ist also heute 35 Jahre, die Tochter 8 Jahre alt.

Lösung 8/30:

Die Grundfläche entspricht hier einem Trapez.

Damit ergibt sich:

$$V = G \cdot h$$
$$= \frac{1}{2} \cdot (4cm + 2cm) \cdot 3cm \cdot 5cm$$
$$= 45cm^3$$

Lösung 8/29:

a) $O_Z = 2 \cdot Grundfläche + Mantelfläche$

$$= 2 \cdot r^2 \cdot \pi + U \cdot h$$
$$= 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

b) $V = G \cdot h \Rightarrow G = \frac{V}{h}$ also $r^2 \cdot \pi = \frac{V}{h}$

Damit folgt für den Radius

$$r^2 = \frac{V}{h \cdot \pi} = \frac{220m^3}{2{,}80m \cdot \pi} = 25m^2$$

Also $r = 5m$